

电子束在硅中的能量损耗

巴维真 张明健 周光文

(中国科学院新疆物理研究所)

摘要 利用矩法对能量从 0.5~8 MeV 的电子束在硅中的能量损耗分布作了理论计算。并对相应的韧致辐射能损分布作了近似计算。得到了硅中吸收剂量对深度的分布。

关键词 硅; 电子束; 0.5~0.8 MeV; 迁移方程; 矩法; 能损分布; 深度剂量分布。

引言

近年来,随着空间电子学的发展,对硅半导体器件在辐射环境中的损伤和失效效应以及对器件的抗辐射加固的研究越来越受到人们的重视。硅半导体器件的辐射损伤和失效效应与射线在器件中沉积的能量有关。所以了解射线在硅中的能量沉积规律对研究器件的损伤和失效机理具有重要意义。本工作的目的是根据电子束在介质中的贯穿、散射和吸收理论计算单能单向电子束在硅中的能损分布,进而给出硅中吸收剂量率对深度的分布。

对于电子在介质深部的贯穿、散射和吸收前人已进行了很多研究, Lewis^[1] 在电子连续慢化近似的基础上导出了描述电子迁移和分布规律的 Lewis 方程。Spencer^[2] 从 Lewis 方程出发,利用矩法对电子深度贯穿问题进行了处理,计算了 0.5 MeV 电子束在铍、铝和金中的能损分布,得到的结果与 Franty 的实验数据符合得较好。之后, Huffman^[3]、Adawi^[4]、Grun^[5]、Spencer^[6] 和 Kessarar^[7] 的工作都证明 Spencer 的矩法是成功的。

关于电子束在硅中的能损分布,目前尚未见到文献报道。本工作根据 Lewis 的迁移方程,利用 Spencer 的矩法对能量为 0.5、1.0、1.4、1.5、1.7、2.0、4.8、8.0 MeV 的单能单向电子束在硅中的能损分布作了计算,并对电子的韧致辐射能损分布作了简单估计,最后得到了硅中吸收剂量对深度的分布。

原理及计算

1. 迁移方程

入射电子在贯穿介质时,将在介质原子核和核外电子的电场中多次发生弹性散射,非弹性碰撞和韧致辐射,运动方向不断被偏折,能量不断被损耗,在沿着一条曲折的路径逐渐被慢化以后,最后被阻止在介质中的某一点。单个的入射电子的运动是随机的,而大量入射电子的迁移服从一定的统计规律, Lewis 方程则描述了电子在介质中的迁移规律。

假定在无限大硅介质中有一个无限大平面电子源,它向法线方向发射单能单向电子束,若源

本文由巴维真同志执笔。

的强度为每秒钟从每平方厘米源平面上发射一个电子, 则描述电子在介质中迁移规律的 Lewis 方程为:

$$-\frac{\partial I}{\partial r} + \cos\theta \frac{\partial I}{\partial z} = \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_{-1}^1 d\cos\theta' N\sigma(r, \Theta) \{I(r, \theta', z) - I(r, \theta, z)\} + \frac{1}{2\pi} \delta(z) \delta(r - r_0) \delta(\cos\theta - 1) \quad (1)$$

其中 z 是介质中的深度, θ 是电子运动方向与源平面法线 z 轴之间的夹角, r 是电子的剩余射程, Θ 是电子在碰撞前和碰撞后的运动方向 (θ, φ') 和 (θ, φ) 之间的夹角, $\sigma(r, \Theta)$ 是原子将一个具有剩余射程 r 的电子散射 Θ 角的截面, N 是阿佛伽德罗常数, $I(r, \theta, z)d\Omega dr$ 为单位时间内在深度 Z 处具有剩余射程 $r - r + dr$ 的电子在立体角元 $d\Omega = d\varphi d\cos\theta$ 内穿过一个单位截面积小球表面的数目。

方程中的散射截面是在卢瑟福核弹性散射截面的基础上考虑核外电子的屏蔽效应、入射电子与壳层电子的非弹性碰撞以及相对论效应而作了相应修正后得到的。在介质的原子序数较小时可以用 Mckinley-Feshbach 近似公式来表示。

迁移方程的基础是连续慢化近似, 即假定电子在迁移过程中连续地损耗能量, 这时电子的剩余射程为:

$$r(E) = \int_0^E \left(\frac{dE}{dr} \right)^{-1} dE \quad (2)$$

其中 $\frac{dE}{dr}$ 是介质对电子的阻止本领。

为了使后面的计算方便起见, 引入几个新变数

$$t = \frac{r}{r_0}, \quad x = \frac{z}{r_0} \quad (3)$$

其中 $r_0 = r(E_0)$ 是具有初始能量的入射电子的剩余射程。

这时 Lewis 方程变为:

$$-\frac{\partial I}{\partial t} + \cos\theta \frac{\partial I}{\partial x} = \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_{-1}^1 d\cos\theta' S(t, \Theta) \{I(t, \theta', x) - I(t, \theta, x)\} + \frac{1}{2\pi} \delta(x) \delta(t - 1) \delta(\cos\theta - 1) \quad (4)$$

其中 $S(t, \Theta) = r_0 N \sigma(r, \Theta)$, $I(t, \theta, x) = r_0 I(r, \theta, z)$

2. 迁移方程的变换和剩余射程矩

由于迁移方程和散射截面的复杂性, 以解析方式解电子分布函数 $I(t, \theta, x)$ 是很困难的, 因此往往采用矩法或其他方法。矩法的要点是首先用某种方法求出未知分布函数的一些空间矩, 然后利用这些空间矩来恢复该分布函数。

为了求出能损分布的空间矩, 现对迁移方程作些变换, 设

$$I_l(t, x) = 2\pi \int_{-1}^1 d\cos\theta P_l(\cos\theta) I(t, \theta, x) \quad (5)$$

$$I_{nl}(t) = \int_{-1}^1 x^n I_l(t, x) dx \quad (n = 0, 1, 2) \quad (6)$$

则方程(4)变为

$$-\frac{dI_{nl}}{dt} + S_l(t) I_{nl}(t) = \frac{n}{2l+1} [(l+1) I_{n-1, l+1}(t) + l I_{n-1, l-1}(t)] + \delta_{n0} \delta(t-1) \quad (7)$$

其中 $P_l(\cos\theta)$ 是勒让德函数 ($l=0,1,2,\dots$), $S_l(t)$ 称为散射系数, 定义为:

$$S_l(t) = 2\pi \int_{-1}^1 d\cos\theta [1 - P_l(\cos\theta)] S(t, \theta) \quad (8)$$

可从 Mckinley-Feshbach 公式计算出来。Blanchard 发现散射系数与剩余射程之间存在一个简单的近似关系

$$S_l(t) \simeq \frac{\alpha dl}{t(t+\alpha)} \quad (9)$$

其中 α 和 dl 是一些常数, 可以散射系数的计算值确定出, 见表 1。

表 1 入射能为 E_0 时常数 α , d_l 的值
Table 1. The values of the constants α , d_l at incident energy E_0

$E_0(\text{MeV})$	0.5	1.0	1.5	2.0	4.0	8.0
α	7.186	2.893	1.731	1.208	0.4984	0.1638
d_0	0	0	0	0	0	0
d_1	2.263	2.270	2.293	2.324	2.525	3.505
d_2	6.262	6.376	6.480	6.594	7.214	10.07
d_3	11.65	11.99	12.24	12.50	13.76	19.30
d_4	18.22	18.92	19.40	19.86	21.99	30.99
d_5	25.85	27.04	27.84	28.57	31.79	44.99
d_6	34.42	36.26	37.47	38.53	43.08	61.19
d_7	43.86	46.49	48.16	49.66	55.77	79.50
d_8	54.07	57.67	59.96	61.91	69.81	99.84
d_9	65.01	69.73	72.71	75.21	85.13	122.13
d_{10}	76.61	82.62	86.39	89.52	101.70	146.32
d_{11}	88.82	96.30	100.96	104.79	119.46	172.36

定义电子分布的剩余射程矩为

$$I_{nl}^m = \int_0^1 I_{nl}(t) \left[\frac{(1+\alpha)t}{t+\alpha} \right]^{m-n-1/2} dt \quad (m=0,1,2,\dots) \quad (10)$$

则由方程(7)进一步导出剩余射程矩之间的递推关系

$$I_{nl}^m = \frac{n\alpha}{1+\alpha} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(i+1)}{\left(d_l - n + \frac{1}{2} + m + i\right)(1+\alpha)^i (2l+1)} \left[(l+1) I_{n-1, l+1}^m + l I_{n+1, l-1}^m \right] + \frac{d_{no}\alpha}{1+\alpha} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(i+1)}{\left(d_l + \frac{1}{2} + m + i\right)(1+\alpha)^i} \quad (11)$$

至此, 我们把一个多元的微分方程变换成为剩余射程矩之间的递推关系。

3. 能损分布的空间矩

在介质中深度 z 到 $z+dz$ 间每平方厘米的薄层中, 如果所有穿过该薄层的电子在其中所损耗的能量为 dE , 则电子在介质中深度 z 处的能损被定义为:

$$L(z) = dE/dz \quad (12)$$

根据定义, 能损可用电子分布函数 $I(r, \theta, z)$ 和介质对电子的阻止本领 dE/dr 来表示:

$$L(z) = \int_0^{r_0} dr \int_{-1}^1 2\pi \frac{dE}{dr} I(r, \theta, z) d\cos\theta \quad (13)$$

引入一个无量纲的相对能损

$$J(x) = L(z) / \left(\frac{dE}{dr} \right)_{E_0} \quad (14)$$

则有

$$J(x) = \int_0^1 \left[\left(\frac{dT}{dt} \right) / \left(\frac{dT}{dt} \right)_0 \right] I_0(t, x) dt \quad (15)$$

其中 $\left(\frac{dE}{dr} \right)_{E_0}$ 为介质对具有初始能量 E_0 的电子的阻止本领。 (dT/dt) 和 $\left(\frac{dT}{dt} \right)_0$ 为相对阻止本领, 即为:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{dE}{dr} \cdot \left(\frac{r_0}{mc^2} \right), \quad \left(\frac{dT}{dt} \right)_0 = \left(\frac{dE}{dr} \right)_{E_0} \left(\frac{r_0}{mc^2} \right) \quad (16)$$

若定义能损分布的空间矩为

$$J_n = \int_{-1}^1 J(x) x^n dx \quad (17)$$

则有

$$J_n = \int_0^1 I_{n0}(t) \left[\left(\frac{dT}{dt} \right) / \left(\frac{dT}{dt} \right)_0 \right] dt \quad (18)$$

根据 Bethe^[9]公式, 当电子能量很小时, 介质对电子的阻止本领与剩余射程的平方根成反比, 故可用一个半整数幂的求和式来拟合阻止本领数据, 即

$$\left(\frac{dT}{dt} \right) / \left(\frac{dT}{dt} \right)_0 \approx \sum_{i=1}^4 A_i \left[\frac{(1+\alpha)t}{t+\alpha} \right]^{i-3/2} \quad (19)$$

其中 A_i 是待定系数, 可用已知的阻止本领数据来确定^[10]。

根据剩余射程矩的定义, 显然可以得到

表 2 入射能为 E_0 时能损分布的空间矩
Table 2 Spatial moments of the energy dissipation distributions at incident energy E_0

$E_0(\text{MeV})$	0.5	1.0	1.5	2.0	4.0	8.0
J_0	1.3719	1.2080	1.1251	1.0750	0.98183	0.90790
J_1	0.36965	0.33851	0.32837	0.32837	0.32644	0.32691
J_2	0.15105	0.13798	0.13540	0.13540	0.14439	0.15198
J_3	6.8058 E-2	6.3177 E-2	6.320 E-2	6.435 E-2	7.259 E-2	7.959 E-2
J_4	3.4820 E-2	3.2454 E-2	3.281 E-2	3.382 E-2	3.984 E-2	4.495 E-2
J_5	1.8728 E-2	1.7657 E-2	1.809 E-2	1.889 E-2	2.319 E-2	2.676 E-2
J_6	1.0742 E-2	1.0186 E-2	1.053 E-2	1.113 E-2	1.415 E-2	1.658 E-2
J_7	6.3591 E-3	6.0890 E-3	6.363 E-3	6.798 E-3	8.940 E-3	1.060 E-2
J_8	3.9174 E-3	3.775 E-3	3.979 E-3	4.294 E-3	5.820 E-3	6.954 E-3
J_9	2.4686 E-3	2.399 E-3	2.551 E-3	2.782 E-3	3.881 E-3	4.660 E-3
J_{10}	1.5988 E-3	1.564 E-3	1.676 E-3	1.844 E-3	2.643 E-3	3.180 E-3
J_{11}	1.0534 E-3	1.038 E-3	1.121 E-3	1.246 E-3	1.832 E-3	2.204 E-3

[注] 6.8058 E-2 = 6.8058 $\times 10^{-2}$, 余类推。

$$J_n = \sum_{i=1}^n A_i I_{n0}^{n+i-1} \quad (20)$$

其中 I_{n0}^{n+i-1} 可借助于计算机由递推关系(11)求出。表2给出了不同入射能下一部分 J_n 值。

4. 能损分布的构成

对一个未知的分布函数 $J(x)$, 如果能用某种方法求出它所有的空间矩, 则原则上可由这些矩恢复出未知分布函数。对于电子的能损分布, 由于 x 的绝对值小于或等于1, 高阶矩仅在 $|x|$ 接近1的区域有些贡献, 因此仅用有限多个空间矩可相当准确地构成未知能损分布。

用空间矩恢复能损分布的通常方法是函数拟合法。在这个方法中, 能损分布用一系列渐近函数的组合来表示, 这些函数应在 x 的大部分区域内是实际分布函数的良好近似, 并且在 x 接近1时与实际分布函数具有相同的渐近特性。利用 Wick^[11]理论可以得到电子深部穿透的渐近解为:

$$F(\beta, x) \sim \left(1 - \frac{x}{\beta}\right)^r \exp[-Ax/(\beta-x)] \quad (21)$$

其中 A 为常数, β 和 r 为待定参数。

为了使拟合方便, 将未知分布表示为偶分量与奇分量的组合, 即

$$J(x) = \frac{1}{2} [J^{\text{e}}(x) + J^{\text{o}}(x)] \quad (x \geq 0) \quad (22)$$

$$J(-x) = \frac{1}{2} [J^{\text{e}}(x) - J^{\text{o}}(x)] \quad (x \geq 0) \quad (23)$$

$J^{\text{e}}(x)$ 和 $J^{\text{o}}(x)$ 分别设为

$$J^{\text{e}}(x) = \frac{1}{1-x^2} \sum_{i=0}^n \alpha_i \beta_i \left(1 - \frac{x}{\beta_i}\right)^r \exp\left[\frac{-Ax}{\beta_i - x}\right] \quad (0 \leq x \leq \beta_i) \quad (24)$$

$$J^{\text{o}}(x) = \frac{1}{1-x^2} \sum_{i=0}^n \alpha'_i \left(1 - \frac{x}{\beta'_i}\right)^r \exp\left[\frac{-Ax}{\beta'_i - x}\right] \quad (0 \leq x \leq \beta'_i) \quad (25)$$

其中参数 r 可选取 -2 到 1 间的整数或半整数, A 为常数, 由高阶矩的渐近式求出, $\alpha_i, \beta_i, \alpha'_i, \beta'_i$ 均为待定参数, 可通过对 $J(x)$ 求空间矩并考虑源平面上的边界条件

$$\left. \frac{dJ(x)}{dx} \right|_{x=0} - \left. \frac{dJ(-x)}{d(-x)} \right|_{x=0} = - \left. \frac{d^2 T}{dt^2} \right|_{t=1} \left(\frac{dT}{dt} \right)_0^{-1} \quad (26)$$

$$J(x)|_{x=0} - J(-x)|_{x=0} = 1 \quad (27)$$

而得到。

结 果

1. 总能损分布

给定参数 r 的值(本工作中 r 取为 1) 并根据能损分布的前十二个矩确定出待定参数 $\alpha_i, \beta_i, \alpha'_i, \beta'_i$ 后, 即可组合出能损分布 $J(x)$ 。图1至图8显示了从 0.5 MeV~8 MeV 的几种入射能下电子束在硅介质中的能损分布。从图中看到, 能损分布起初随深度的增加而增加, 到相对深度 x 为 0.25~0.35 时达到最大, 呈现出一个单峰。过了峰值后, 能损开始单调下降, 其中有较长一段是以近似线性的规律下降的, 如果沿该直线一直外推到 x 轴, 则可以确定出电子在硅中的外推射程。在本工作的结果中, 外推射程大致为最大剩余射程的 0.75~0.8 倍。随着入射能量的增大, 能损分布的峰位逐渐向较大的深度移动, 能损分布的下降部分逐渐变陡。相对能损分布的峰值随着入射能的增大逐渐减小, 上升区域逐渐趋于平坦。

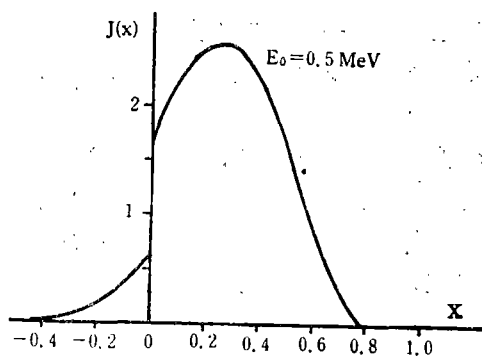


图 1 Fig. 1

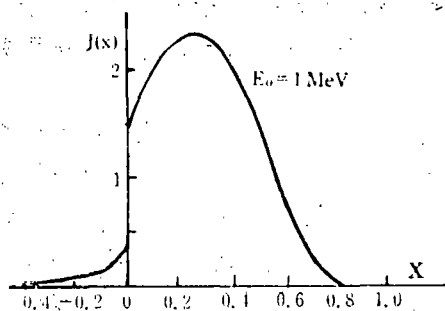


图 2 Fig. 2

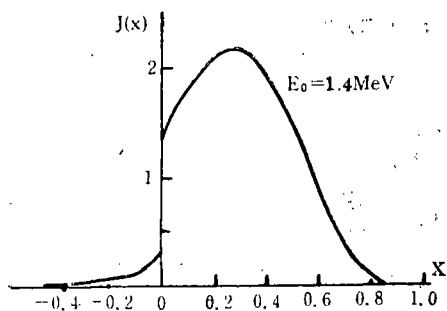


图 3 Fig. 3

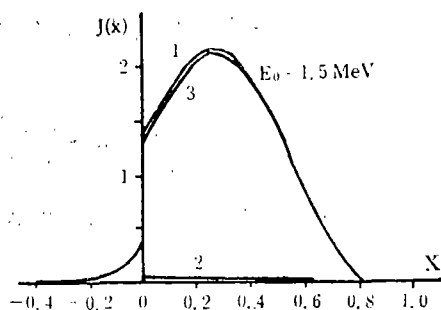


图 4 Fig. 4

图 1-4 电子束在硅中的相对能损分布

图 1 $E_0 = 0.5 \text{ MeV}$ 图 2 $E_0 = 1 \text{ MeV}$ 图 3 $E_0 = 1.4 \text{ MeV}$ 图 4 $E_0 = 1.5 \text{ MeV}$
Fig. 1-4 Relative energy dissipation distributions of electron beams in silicon.

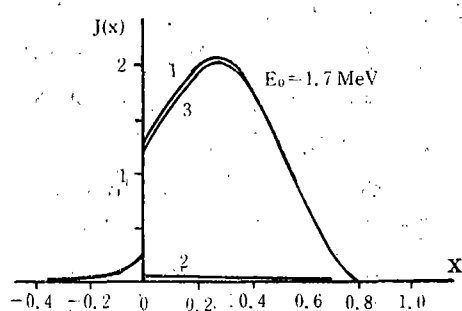


图 5 Fig. 5

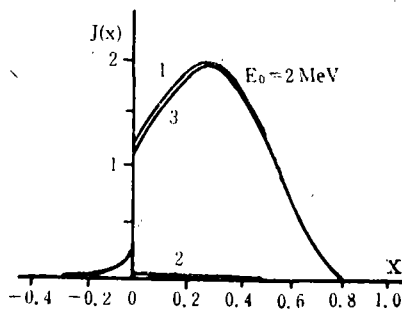


图 6 Fig. 6

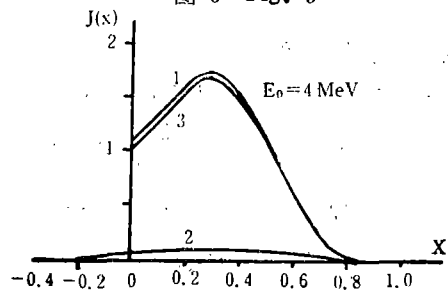


图 7 Fig. 7

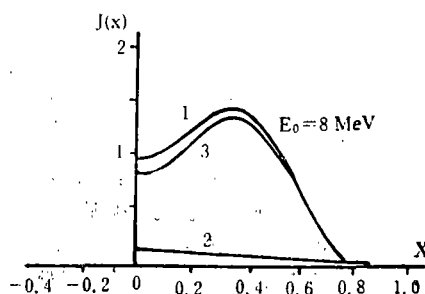


图 8 Fig. 8

图 5-8 电子束在硅中的相对能损分布

图 5 $E_0 = 1.7 \text{ MeV}$ 图 6 $E_0 = 2 \text{ MeV}$ 图 7 $E_0 = 4 \text{ MeV}$ 图 8 $E_0 = 8 \text{ MeV}$
Fig. 5-8 Relative energy dissipation distributions of electron beams in silicon.

在 $x < 0$ 区域也有一个较低的分布, 它代表背散射电子在源平面后面的介质中形成的能损分布。随着离源平面距离的增大, 这个分布很快趋近于零, 符合对背散射电子所作的不仅数量较少而且射程较短的估计。

在拟合中发现, 用本方法得到的结果对参数 $\alpha_i, \beta_i, \alpha'_i, \beta'_i, r$ 的不同组合依赖关系不大, 采用不同的参数组合时得到的拟合结果相互之间在 2% 之内符合较好。这在一定程度上说明了拟合的可靠性。因硅和铝的原子序数和原子量都比较接近, 所以将本工作中得到的硅中能损分布与 Spencer 计算的同样能量下电子在铝中的能损分布作了比较, 二者比较接近。

2. 韧致辐射能损的扣除和吸收剂量的计算

总能损 $J(x)$ 包括碰撞能损 $J^{col}(x)$ 和辐射能损 $J^{rad}(x)$ 。 $J^{rad}(x)$ 可表示为

$$J^{rad}(x) = \int_0^1 \left(\frac{dT}{dt} \right)^{rad} \left(\frac{dT}{dt} \right)_0^{-1} I_0(t, x) dt \quad (28)$$

边界条件为

$$J^{rad}(x)|_{x=0} = \left(\frac{dT}{dt} \right)_0^{rad} \left(\frac{dT}{dt} \right)_0^{-1} \quad (29)$$

其中 $\left(\frac{dT}{dt} \right)_0$ 为介质对具有初始能量电子的总阻止本领, $\left(\frac{dT}{dt} \right)_0^{rad}$ 为相应的辐射阻止本领。

考虑到 $J^{rad}(x)$ 在 $x \rightarrow 1$ 时的渐近行为和 $x = 0$ 时的边界条件, 拟合函数选为

$$J^{rad}(x) = J^{rad}(0)(1 - Bx) \exp \left[\frac{-Ax}{1-x} \right] \quad (30)$$

其中 A, B 为拟合参数, 可用 $J^{rad}(x)$ 的前两个矩来确定。

图 4 至图 8 中曲线 2 给出了辐射能损分布。曲线 3 为从总能损分布 1 中扣除辐射能损后的曲线, 它代表碰撞能损分布。对于 1.5 MeV 以下的能量, 由于辐射能损很小, 故未进行扣除。

由于 x 射线的穿透能力比起电子的强得多, 因此在电子的射程范围之内, 韧致辐射能量在硅中的沉积可以忽略不计, 可认为电子的碰撞能量损失几乎全部被介质所吸收。在这个近似下, 若入射电子束的通量率密度为 ϕ (每秒每平方厘米电子数) 或电流密度为 i (每平方厘米安培), 则在介质中深度为 z 处的吸收剂量率为:

$$\dot{D}(z) = 1.602 \times 10^{-10} \left(\frac{dE}{dr} \right)_{E_0} [J(x) - J^{rad}(x)] \cdot \phi \quad (\text{Gy/S}) \quad (31)$$

$$\text{或 } \dot{D}(z) = 10^9 i \left(\frac{dE}{dr} \right)_{E_0} [J(x) - J^{rad}(x)] (\text{Gy/S}) \quad (32)$$

其中 $\left(\frac{dE}{dr} \right)_{E_0}$ 的单位为 $\text{MeV} \cdot \text{cm}^2/\text{g}$, ϕ 的单位为 $\text{电子}/\text{s} \cdot \text{cm}^2$, i 的单位为 A/cm^2 , $z = x r_0$ 单位为 g/cm^2 。图 9 给出了入射能为 0.5、1.0、1.5、2.0、4.0、8.0 MeV 时, $\dot{D}(z)/i$ 对深度 z 的分布曲线

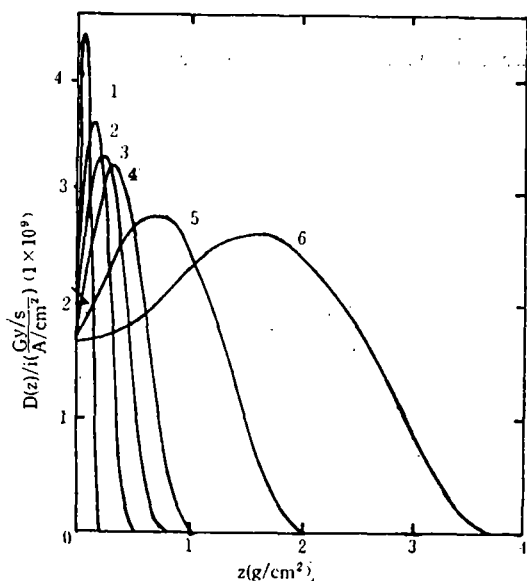


图 9 电子束在硅中的剂量率对深度的分布
1. 0.5 MeV, 2. 1 MeV 3. 1.5 MeV 4. 2 MeV 5. 4 MeV 6. 8 MeV

Fig. 9 The distributions of dose rate versus depth in silicon.

参 考 文 献

- [1] H. W. Lewis, Phys. Rev., 78, 526(1950).
- [2] L. V. Spencer, Phys. Rev., 98, 1597(1955).
- [3] F. N. Huffman, J. S. Cheka, B. G. Saunders, R. H. Ritchie and R. D. Birkhoff, Phys. Rev., 106, 435(1957).
- [4] I. Adawi, Phys. Rev., 107, 1476(1957).
- [5] A. E. Grün, Z. Naturforsch, 12 a, Heft 2, 89(1957).
- [6] L. V. Spencer, NBS (U. S.) Monograph No. 1,(1959).
- [7] N. D. Kessaris, Phys. Rev., 145, 164(1966).
- [8] W. A. McKinley and H. Feshbach, Phys. Rev., 74, 1759(1948).
- [9] H. A. Bethe, Ann. Physik 5, 325(1930).
- [10] M. J. Berger and S. M. Seltzer, NASA Sp-3036.
- [11] G. C. Wick, Phys. Rev., 75, 738(1949).

(1986年1月27日收到)

ENERGY DISSIPATION OF ELECTRON BEAMS IN SILICON

Ba Weizhen Zhang Mingjian Zhou Guangwen

(Xinjiang Institute of Physics, Academia Sinica)

ABSTRACT The energy dissipation distribution of electron beams with the energy from 0.5 to 8 MeV in Silicon has been calculated theoretically by the moment method. The distributions of corresponding bremsstrahlung energy losses have also been calculated approximately. The depth distributions of absorbed dose in Silicon have been obtained.

KEY WORDS Electron beams; 0.5 to 8 MeV; Transport equation; Moment method; Energy dissipation distribution; Depth dose distribution.